量子力学第十五次作业

1 一对正负电子处于自旋单态，计算关联$\langle(\mathbf{n}_1\cdot\mathbf{s}(\mathbf{1}))(\mathbf{n}_2\cdot\mathbf{s}(\mathbf{2}))\rangle$. ($\mathbf{n}_1,\mathbf{n}_2$是任意方向矢量。可以看到，$\chi_{00}$ 是$\sigma_x(1)\sigma_x(2),\sigma_y(1)\sigma_y(2),\sigma_z(1)\sigma_z(2)$的共同本征态，本征值为-1)

2 两个自旋1/2粒子构成的体系，其哈密顿量为$H=J\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2$. 设$t=0$时，处于$\alpha(1)\beta(2)$. 求$t>0$时，(1) 粒子1自旋向上的几率。(2)粒子1和2自旋均向上的几率。(3)总自旋量子数$S=0,1$的几率。(4) 求$\langle\mathbf{s}(1)\rangle$,$\langle\mathbf{s}(2)\rangle$

3 三个自旋1/2不同粒子组成的系统。
(a) 求总自旋平方$S^2=(\mathbf{s}_1+\mathbf{s}_2+\mathbf{s}_3)^2$的本征值。
(b) 设体系能量为$H=(\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2+\mathbf{s}_2\cdot\mathbf{s}_3+\mathbf{s}_3\cdot\mathbf{s}_1)\omega$，此为所谓Heisenberg model, 求能谱(所有能级，能量本征态), 并说明能级简并度。

4 两个角动量$j_1=j_2=1$.
（1）利用C-G系数写出J_1^2,J_2^2,J^2,J_z的共同本征态$|j,m_j\rangle$在非耦合表象的表示。
(2) 记α,β,γ为每个角动量的z分量$m=1,0,-1$的三个态。利用$J^2=J_1^2+J_2^2+2J_{1z}J_{2z}+J_{1+}J_{2-}+J_{1-}J_{2+}$, 直接写出结果，并证明之。

5 两个粒子在谐振子势中。(1)忽略相互作用。写出系统的基态与第一激发态波函数和能量。(2) 假设相互作用为$a\delta(x_1-x_2)$. 计算基态和第一激发态能量。以上分可分辨，全同玻色和全同费米（自旋1/2）三种情况讨论.（微扰计算到一级）。

6 (选作）证明$\sigma_x(1)\sigma_x(2),\sigma_z(1)\sigma_z(2)$对易.

7 (选作）某个能级有Ω个简并态，N个无相互作用粒子占据这些态($\Omega>N$). 分可分辨，全同玻色，全同费米三种情况讨论有多少种占据方式?（提示：可以先考虑$\Omega=3$, $N=2$的情况).