

量子力学第三次作业
(第4、第5两题选作)

- 1 设粒子处于半壁无限高势阱中：一侧势能无穷大，另一侧为0，中间 $0 - a$ 范围里， $V(x) = -V_0$ 。试求至少存在一个束缚定态的条件和能级方程。
- 2 质量为 m 的粒子被约束在半径为 R 的园环上运动。哈密顿量为角动量平方除以2倍转动惯量。波函数可以写为 $\psi(\phi)$ ， ϕ 为转动角度。那么角动量算符是什么？求能级 E_n 和归一化波函数 ψ_n 。(注意，波函数满足‘自然周期’条件： $\psi(\phi) = \psi(\phi + 2\pi)$)
- 3 Griffiths书2.37: 一维无限深势阱 (左端 $x = 0$,右端 $x = a$)中一个粒子的初始波函数为 $\psi(x) = A \sin^3(\pi x/a)$, ($0 \leq x \leq a$)。求 A 和 $\Psi(x, t)$ 。计算 $\langle x \rangle$ 随时间变化规律，能量期望值。
- 4 Griffiths书2.44题: 一个一维无限深势阱，宽度为 a ，在其中心又一个强度为 $\gamma > 0$ 的 δ 势垒。求解定态能级和波函数 (不必归一化，作图求解能级)。解释为什么奇宇称时解不受 δ 势影响？讨论 $\gamma \rightarrow 0$ 和 $\gamma \rightarrow \infty$ 两个极限。
- 4 Griffiths书2.47题: 双方势阱宽 a 和深度 V_0 固定，足够约束几个束缚态，它们边缘相距 b 。(a) 分 $b = 0, b \approx a, b \gg a$ 三种情况，画出基态波函数 ψ_1 和第一激发态波函数 ψ_2 。
(b) 定性描述 b 从0变化到无穷时，能级 E_1, E_2 怎样变化？请画 $E_1(b), E_2(b)$ 随 b 变化的示意图。
(c) 这个模型可以描述一个电子在双原子分子中的势能。根据上问，两个原子核更倾向于靠近还是分开？