量子力学第四次作业

第6, 7,8题选作

1 Hermite多项式满足递推关系

$$H_{n+1}(\xi) - 2\xi H_n(\xi) + 2nH_{n-1}(\xi) = 0 \tag{1}$$

证明：

$$x\psi_n(x) = \frac{1}{\alpha}[\sqrt{\frac{n}{2}}\psi_{n-1} + \sqrt{\frac{n+1}{2}}\psi_{n+1}(x)] \tag{2}$$

和

$$x^2\psi_n(x) = \frac{1}{2\alpha^2}[\sqrt{n(n-1)}\psi_{n-2} + (2n+1)\psi_n(x) + \sqrt{(n+1)(n+2)}\psi_{n+2}(x)] \tag{3}$$

并求出ψ_n态下$\langle x\rangle, \langle V\rangle$.

2 利用

$$H_n'(\xi) = 2nH_{n-1}(\xi)$$

类似求出$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\psi_n(x)$ 和$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\psi_n(x)$满足的关系，及在$\psi_n$态，动量和动能的期望值。

3 如果谐振子处于第n个定态，计算不确定度$\Delta x, \Delta p$ 以及$\Delta x \cdot \Delta p$。

4 半谐振子$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$, 当$x > 0$; $V(x) = \infty$, 当$x < 0$. 求允许的能级。（提示：无需太多计算）

5 粒子以动量$\hbar k$从左边入射，遇势场

$$V(x) = \{ \begin{array}{cc} 0, & x < 0 \\ V_0 > 0, & x > 0 \end{array} \tag{4}$$

(a) 求反射系数和透射系数。($E > V_0$和$E < V_0$分别讨论)。
(b) 如果$V_0 < 0$, 上述势能可以描述一个自由中子进入原子核：从$V = 0$到内部$V_0 = -12MeV$. 假设一个由裂变产生的中子动能为$4MeV$, 轰击原子核。请问它被吸收的几率多大？能否触发新的裂变？（提示：$T = 1 - R$是穿透的几率）.

6 (1)考虑一个经典谐振子, 位移$x = A\cos(\omega t + \delta)$. 如果我们不知道它的初始位相$\delta$，或者说它的初始位相随机处于0到$2\pi$之间. 请问它处于$x$附近的几率密度. (等效于大量相同能量谐振子，位相随机，在x附近发现它们的几率). (提示：Griffiths 书example 1.1)
(2) 写一个程序，画出量子谐振子的$\psi_{100}|^2$. 计算一段dx内的平均几率密度，与上面经典的几率密度对比. (A由E_n决定)

7 Griffiths书2.38题.

8 Griffiths书2.39题.