量子力学第五次作业

1 证明$S_z = \frac{\hbar}{2}(|+,z\rangle\langle+,z| - |-,z\rangle\langle-,z|)$. (提示：算符是通过对任意态的作用效果来表征的)

2 考虑$|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$是某力学量的正交归一本征态。某右失$|\alpha\rangle = i|1\rangle - 2|2\rangle - i|3\rangle$, 另一右矢$|\beta\rangle = i|1\rangle + 2|3\rangle$.
(1) 写出两个右矢的对应左矢.
(2) 求出$\langle\alpha|\beta\rangle$和$\langle\beta|\alpha\rangle$
(3) 将两个右矢归一化.

3 设$|n\rangle$和$|k\rangle$ 是力学量F的本征态矢，属于不同本征值。算符G与F对易，证明$\langle k|G|n\rangle = 0$.

4 对两个算符X, Y, 证明：$\mathrm{Tr}(XY) = \mathrm{Tr}(YX)$.
如果X, Y是厄密的，XY并不一定是厄密的。但是证明$\frac{1}{2}(XY + YX)$与$\frac{1}{2i}(XY - YX)$是厄密的。
(提示：$\mathrm{Tr}Q \equiv \sum_i \langle i|Q|i\rangle$, 称为求$Q$的迹(trace), 其中$|i\rangle$是正交归一的完备基矢。)

5 定义反厄米算符：$Q^\dagger = -Q$.
(1)证明一个反厄米算符的本征值是个虚数。
(2) 证明两个厄米算符的对易式是反厄米的。(两个算符的对易式定义为$[A, B] \equiv AB - BA$)
(3) 两个反厄米算符的对易式是怎样的?