

量子力学第七次作业

- 1 均匀磁场中的中性自旋1/2粒子, 磁场方向 z , 强度 B . \mathbf{n} 为任意方向 (θ, ϕ) 的单位矢量, $\sigma_n = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ 为泡里算符在该方向的投影. 如果初态是 $\sigma_n = 1$ 的本征态, 请解出态的时间演化, 并分别计算 S_x, S_y, S_z 的测量值与相应几率. 请问要经过多长时间它 (\mathbf{S}) 旋转一圈, 多长时间态矢量回到初态?
- 2 已知Q表象的本征矢为 $|q_1\rangle, |q_2\rangle, |q_3\rangle$. 哈密顿量矩阵为

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

- (1) 求解 H 的本征方程, 给出本征值和本征矢.
- (2) 在Q表象下,

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

写出在 H 表象下的 $|\psi\rangle$ 的表示. 计算 $\langle H \rangle$. (你能用几种方法求?)

- (3) 如果初态为 $|\psi\rangle$, 写出之后任意时刻 t 的态矢量.
 - (4) 写出从Q表象到H表象的变换矩阵.
- 3 对中微子振荡问题的研究曾获得诺贝尔奖. 假设中微子有两个状态: $|1\rangle, |2\rangle$, 代表两种中微子. 哈密顿量可以写为 $H = h|1\rangle\langle 1| + g|1\rangle\langle 2| + g|2\rangle\langle 1| + h|2\rangle\langle 2|$. 如果中微子初态是 $|2\rangle$, 那么 t 时刻它是什么状态?
 - 4 设 $|i\rangle, i = 1, \dots, N$, 是A 表象的一组正交归一完备基矢. 现在选取另外的一个规范, 基矢为 $|i'\rangle = |i\rangle \exp(i\phi_i), i = 1, \dots, N$. 证明: (1) 对任意态矢 $|\alpha\rangle$, 任意力学量 Q 的期望值不随规范不同而改变. 但是 $|\alpha\rangle$ 和 Q 的表示会不同. (2) Q 的本征值不变. 找到两个规范下本征矢的变换关系.